高1・2　ハイレベル数学ⅠAⅡBを受講する皆さんへ

ようこそ,『スタディサプリ』 数学の講座へ！　この講座は, **次のような人**に効果的です.

● **「学校の学習に加えて一歩進んだ学習をしたい」**という意欲的な人

⇒　この講座を受講すると，本質的な理解が身につきます.
　　学校で習った知識をより深めることで，さらに学校の授業が楽しくなります.

● **「教科書で理解が不十分だったところをちゃんと理解したい」**という人

⇒　この講座には,改めてこの分野を勉強するために書かれたページが用意されています.
　　そしてわかったかを確かめるための問題で，理解度をチェックできます.

● **「問題集を解いたけど解き方がしっくりこない…」**という疑問をもっている人

⇒　この講座には，すべての問題に「詳細な解答」がついています.
　　もちろん，メインとなる「講義問題」には，リアルな迫力の「動画授業」が！
　　受けている間にその解法や世界に引き込まれるでしょう.

そして，こんな人にも効果的です.

●受験で使うから，もっと数学ができるようになりたい！

●暗記して計算して乗り切ってきたけど，本質を理解したい！

そのすべてをかなえるために用意されたのが以下です.

◎**『テキスト』** …「基礎確認事項」「CHECK & UP」「講義問題」「練習問題」

◎**『講義動画（授業）』**

◎**『テキスト 解答集』** …「CHECK & UP の解答」「講義問題の解答」「練習問題の解答」

「授業を受けっぱなし」「板書で省略された途中計算がわからない」「せっかく練習問題を解いたのに答えしかない」といった問題をすべて解決！　これらの効果的な使い方は後ほど説明しますが，このサイクルをしっかり活用すれば，学校の授業や自分の勉強がより楽しくなることでしょう. **わかれば，面白い．面白ければ，先が知りたくなる.** 当然ですね.

「人から人へ」. それは時代がどんなに進歩しても変わることがありません. 直接会うことはなかなかできませんが，みなさんが真剣に動画を視聴すれば，まるで目の前に先生がいるような錯覚すら覚えることでしょう. なぜなら，先生はいつでも君たち一人ひとりが真剣に授業を受けている姿をカメラの向こうに見ながら授業しているのですから.

さぁ，そろそろ時間です. **いつでも，どこでも，何度でも.** ようこそ『スタディサプリ』の世界へ！

山内　恵介

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜後期　目次＞

第 25 講　指数関数・対数関数(1)
第 26 講　指数関数・対数関数(2)
第 27 講　指数関数・対数関数(3)
第 28 講　微分法・積分法(1)
第 29 講　微分法・積分法(2)
第 30 講　微分法・積分法(3)
第 31 講　微分法・積分法(4)
第 32 講　微分法・積分法(5)
第 33 講　微分法・積分法(6)
第 34 講　数列(1)
第 35 講　数列(2)
第 36 講　数列(3)
第 37 講　数列(4)
第 38 講　数列(5)
第 39 講　平面ベクトル(1)
第 40 講　平面ベクトル(2)
第 41 講　平面ベクトル(3)
第 42 講　平面ベクトル(4)
第 43 講　平面ベクトル(5)
第 44 講　空間ベクトル(1)
第 45 講　空間ベクトル(2)
第 46 講　空間ベクトル(3)
第 47 講　整数の性質(1)
第 48 講　整数の性質(2)

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜講座の受講の仕方＞

ここでは，効果的な講座の受講の仕方についてお伝えします．講座は大きく「テキスト」「講義動画」「解答冊子」に分かれています．この３つを効果的に使い，実力を伸ばしていきましょう．

①　基礎確認事項（テキスト）

すべての講は，まずこの「基礎確認事項」から始まっています．各分野の基礎となる事項がまとめられています．みなさんの持っている教科書と同じ表現もあれば，そうでない部分・発展的表現も含まれています．

- **この分野を習っていない人**
- **習ったけどもう一度確認したい人**
- **理解しているつもりだけど穴がないか，理解不足がないかチェックしたい人**

は，必ずこの「基礎確認事項」を熟読してください．**この分野を深く学ぶ上で必要な知識や考え方が身につく**ことでしょう．

しかし，注意点として，「書いてあること全てを最初から理解しようとしない」ことです．問題を解いている中で理解が深まることや，後から振り返ってもう一度読んだときにその意味がわかることもあります．まず大切なのは「全体感」をつかむことです．

また，区切りごとに「⇒　C&U ①」として，関連する「CHECK & UP」の問題番号が示されています．参考にしてください．

②　CHECK & UP（テキスト）

「基礎確認事項」に続き，この「CHECK & UP」が掲載されています．この問題は，「基礎確認事項」とリンクした問題です．

- **基礎確認事項で整理した知識を試したい人**
- **この分野の問題を一通りざっと確認したい人**
- **忘れたかけた知識を取り戻したい人**

は，この「CHECK & UP」を必要に応じてノートに解きましょう．解き終えたら「テキスト解答」の「CHECK & UP」の欄を参照してください．解くときの方針・注意点・別解などが掲載されていますので，自分の解き方・途中計算などをチェックしておいてください．

この「CHECK & UP」の問題数は，教科書や教科書準拠問題集に載っている問題からみれば少ないと思うかもしれません．みなさんは学校の宿題や自分の学習でそういった問題を数多くこなすはずです．この「CHECK & UP」はそういった中から重要項目を中心に厳選して掲載しています．みなさんの自主学習により，さらなる問題にチャレンジし，さらに理解を深めておきましょう．また，解いていてつまずいた場合は，前の「基礎確認事項」にもう一度目を通しましょう．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

③　講義問題について（テキスト）

「講義問題」は大問３問で構成されています．すべて厳選された無駄のない問題構成です．この分野をすでに習った人は，この問題をノートまたはルーズリーフに「予習」として解いてみましょう．問題をとらえる自分の力がどこまで養われているかがわかります．また，この分野が未習，または理解が不十分のときは，問題を読み，問われていることを理解しておきましょう．

・より上の実力を身につけたい

・発展的な考え方を知りたい

そんなみなさんのニーズにしっかり応える問題です．

ちなみに予習される人への注意です．必ずしも答案形式にこだわる必要はありません．また，最後まで解けなくてもかまいません．１問につきおよそ10分〜15分．数学に本気で向き合い，自分なりに書いてみましょう．

④　講義について（動画）

予習をすること，または問題文を読んで趣旨を理解すること，これが講義動画を視聴する前に必要な準備です．それができている状態で，動画を再生してください．そして，真剣に視聴して，先生がこの問題を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください．

講義問題ごとで区切っても視聴してもよいですし，１講まるごと視聴してもよいです．大事なのは

・「集中力」

・「集中しよう」「何かをこの先生から得てやる」という「気持ち」

・数学ができるようになりたいという「思い」

をもって視聴することです．惰性はいけませんよ．

テキストの講義問題のページは全て「見開き」の構成となっており，余白（「Note」欄）がふんだんに用意されています．ここには何でも「自由」に書いて残すことができます．「自由」とはどういうことか．それは，このスペースに画面上の黒板に書かれたことを「書き写すのみ」に留まることは厳禁，ということです．授業時間は限られていますから，先生は全てを黒板に書くことはしていません．よって，授業を聞き，先生が話したことや自分なりに感じ取ったことを記しておくべきなのです．きれいにまとめても誰も見てくれませんよ．あくまで「Note」＝「記録」です．後から見て自分だけがわかる程度でいいのです．それをメモしながら視聴してください．

これまでの人生で書く速度を速くする努力をしてこなかった人へ．この講座はいつでも止めたり戻ったりできます．もちろん，聞きながら書くという訓練はこれからでもまったく遅くありませんよ．この講座でその訓練をしてください．また，動画をストップできるからといって「考えすぎ」は逆に厳禁です．あなた方に残された時間は限られています．勉強は数学だけじゃないでしょう？　「基礎確認事項」のところでも述べましたが，大枠をとらえた上で，細かいところに後からこだわる姿勢も大事ですよ．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

⑤　講義問題の復習について（テキスト・解答冊子）

視聴が終わったら，テキストの問題を見ながらまずは問題によって語られた「ストーリー」を，もう一度頭に描いてみましょう．もし思い出せない場面があったら「Note 欄」を見てみましょう．そしてそこで描いた世界観を元に，次に自分で実際に問題を，別の紙や復習用ノートに解いてみましょう．予習と異なり，ここでは計算も含め実際に丁寧に記述してみてください．もし全然歯がたたない場合は，もう一度講座を視聴することをお勧めします．

もちろん数学という科目の特性上，あなたの技術力の不足などにより途中で止まってしまうかもしれません．また，あなたの想いをどういう記述で表現してよいかわからない場合もあるかもしれません．安心してください．すべての問題に「講義問題 解答例」がついています．必要に応じて参考にしてください．最初は見てもよいのです．見たら，今度は自分で書いて見ましょう．

・「復習したときが，真の学習の完成」

講義問題の復習をこのような気持ちをもって欠かすことなく行い，解答を自分の力だけで書き上げることができた時…その時が，先生から得たものが自分のものになった瞬間です．こうして書き上げた答案を，テキストと一緒に保存しておきましょう．

また１回の復習で納得のいくものが書けないケースもあるかと思います．そういった場合は，時間をおいて今一度問題を解き直すことをお勧めします．チャンスは「空き時間」「隙間時間」です．一度自分で取り組んだことは，次に解くときは確実に速度と正確性が上がります．それを実感することも成長の糧となりましょう．

⑥　練習問題ついて　（テキスト・解答冊子）

④や⑤が終わったら，新たな問題にチャレンジしたくなるでしょう．「練習問題」が各講１題ずつ用意してあります．講義の問題に関連する問題もあれば，発展的な内容もあります．また問題によって難易度も様々です．講義で得たことを参考に解いてみましょう．

・「自分はちゃんと理解できているのか」

・「新しい問題に見えても，今までの知識を使えるか」

それをこの練習問題で試してみてください．解き終えたら，「解答」を見て自分の到達具合をチェックしてみましょう．この「練習問題」もまた，みなさんの成長のために厳選した問題です．より理解を深めていただきたく思います．

以上を確実に繰り返すことにより，「自分で考える」領域に徐々に近づくことができます．入試を想定すると，最終的には自分で答案を作り上げる必要があります．授業を受けるだけでは，「受けっぱなし」に終わることもあるでしょう．また，記憶とともに忘れ去れてしまうことも．それを防ぐためのこのサイクルが大切です．もちろん，講義動画は何度でも再生可能です．後から改めて見るとその意味がわかった，という声もよく耳にします．決して短くはないこの道

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

のり．１日１日，一歩一歩，焦らず，確実に進んで行きましょう．

最後に．この講義と同時並行で進める日々の自主学習においては，その理解を深めるための「解説」が重要です．例えば「授業」や「解答集」がそれに当たります．とくに「詳細な解答」，つまり答えに行き着く「プロセス」を自分の解答と照らし合わせる作業が欠かせません．ですから「最後の答」しかない問題集やプリントではお話になりません．自分で考えれば必ず答えにたどり着く！とおっしゃられる先生もいますが，「知識の欠如」「時間の制約」「経験不足」「他教科とのバランス」が考慮されておらず，「自分ができる（できてきた）ことは他人もできるはず」という無責任な発言とも言えましょう．受験勉強に求められるのは，「時間対効果」です．
よい道筋を参考に，自分で切り開く時の「道標」としながら自主学習を進めて行きましょう．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第25講　指数関数・対数関数(1)

【基礎確認事項】

［1］　指数法則と累乗根

□n が正の整数のとき，a を n 個掛けたものを a^n と書く．ここで $a\neq0$ のとき

$a^0=1$　　$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}=\left(\dfrac{1}{a}\right)^n$

と定義すると，次の**指数法則**が成り立つ．

$a\neq0$，$b\neq0$，m，n が整数のとき

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$　　$\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$　　$(a^m)^n=a^{mn}$　　$(ab)^n=a^nb^n$

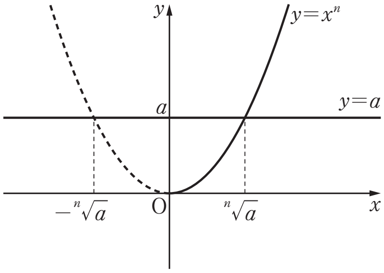
この指数法則が，m，n が有理数の場合でも成り立つように指数の意味を拡張する．

□n が正の整数のとき，n 乗すると a になる数，すなわち $x^n=a$ の解を a の **n 乗根**といい，a の2乗根（平方根），3乗根，4乗根などを総称して，a の**累乗根**という．

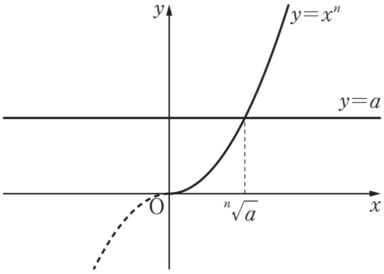
例　-4 の平方根について
実数の範囲では存在しない．
虚数の範囲では $x^2=-4=4i^2$　より　$2i$ と $-2i$.

以下では，a の n 乗根が実数であるもののみ扱う．

□n が2以上の自然数のとき，$y=x^n$ のグラフの概形は以下となる．



nが偶数（$n=2, 4, 6, \cdots$）



nが奇数（$n=3, 5, 7, \cdots$）

これと $y=a$ との交点の x 座標が a の n 乗根である．ここでは $x>0$ であるもののみを考えることとする．グラフより，n が偶数，奇数にかかわらず，$a>0$ である a の値1つにつき，交点の x 座標がただ1つ存在する．これを $\boldsymbol{\sqrt[n]{a}}$ と表す．

> $x^n=a$（$a>0$）を満たす正の数 x は　$x=\sqrt[n]{a}$
> つまり a（$a>0$）の正の n 乗根は　$\sqrt[n]{a}$

例　16の正の4乗根は2　つまり　$\sqrt[4]{16}=2$

※$x<0$ の範囲も考慮すると，n が偶数のときは累乗根に $x=-\sqrt[n]{a}$ が加わり，2個となる．また，$a=0$ のときは n の偶奇に関わらず n 乗根は0である．$a<0$ のときは n が偶数のときは存在せず，n が奇数のときは $x<0$ にただ1つ $x=-\sqrt[n]{a}$ が存在する．これらのことは上のグラフから確認できる．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

累乗根について次のことが成り立つ.

□$a>0$, $b>0$, m, n を正の整数とすると

$$\sqrt[n]{a}>0,\quad (\sqrt[n]{a})^n=\sqrt[n]{a^n}=a$$

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab},\quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}},\quad (\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}\qquad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$$

□累乗根を利用し，累乗の指数を有理数（分数）の場合に拡張して以下のように定める.

> $a>0$, m, n が整数，r が有理数のとき
>
> $$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}\qquad a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}=(\sqrt[n]{a})^m\qquad a^{-r}=\frac{1}{a^r}$$

これにより，指数法則は有理数の範囲に拡張される.

> $a\neq 0$, $b\neq 0$, r, s が有理数のとき
>
> $$a^r\cdot a^s=a^{r+s}\qquad \frac{a^r}{a^s}=a^{r-s}\qquad (a^r)^s=a^{rs}\qquad (ab)^r=a^rb^r$$

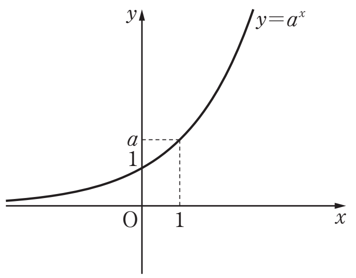
※$a>0$ のとき，a^r の指数 r は実数まで拡張することができ，さらに指数法則が成り立つことが知られている.

⇒　C&U [1]

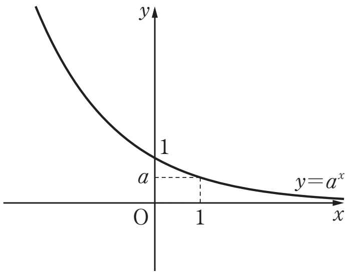
[2]　指数関数とそのグラフ

□a を1とは異なる正の定数とするとき，実数 x に a^x を対応させることによって，関数 $y=a^x$ が得られる．この関数を，a を底とする x の**指数関数**という.

□一般に，指数関数 $y=a^x$ のグラフは以下のようになる.



$a>1$ のとき



$0<a<1$ のとき

いずれも x 軸を漸近線にもち，$(0,\ 1)$, $(1,\ a)$ を通る．また，次のことが成り立つ.

① $a>1$ のとき　$x_1<x_2 \iff a^{x_1}<a^{x_2}$ であり，a^x は増加関数

② $0<a<1$ のとき　$x_1<x_2 \iff a^{x_1}>a^{x_2}$ であり，a^x は減少関数

③ $a>0$, $a\neq 1$ のとき　$x_1=x_2 \iff a^{x_1}=a^{x_2}$　（指数の相等）

⇒　C&U [2] [3]

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

【CHECK & UP】

1　次の計算をせよ.

(1)　$\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{32}$　(2)　$(\sqrt[3]{2})^{12}$　(3)　$\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}$

2　次の関数のグラフの概形を描け.

(1)　$y=2^x$　(2)　$y=2^x+1$　(3)　$y=\dfrac{1}{4}\cdot 2^x$

3　次の方程式・不等式を解け.

(1)　$4^x=1024$　(2)　$8^x=\dfrac{1}{2}$　(3)　$3^x>27$　(4)　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}\leqq 81$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 25 講　指数関数・対数関数(1)

1 ［1］ $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=5$ のとき，$a+a^{-1}$，$a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}$ の値を求めよ．

［2］ 次の方程式を解け．

(1) $4^x-2^{x+2}-32=0$　　(2) $3^x+3^{-x}=2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　次の不等式を解け.

(1)　$2^{4x}-4^{x+1}>0$

(2)　$\left(\dfrac{1}{9}\right)^{x}-\dfrac{1}{3^{x}}-6>0$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 (1) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{6}$ の大小を比較せよ.

(2) 関数　$y=4^x-2^{x+3}+4$　$(0 \leqq x \leqq 3)$　の最大値と最小値，および，そのときの x を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 25 講　指数関数・対数関数(1)

(1)　$\left(\dfrac{1}{9}\right)^x - \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-1} - 54 \geqq 0$ の解は　$x \leqq$ [アイ] である.

(2)　$2^x + 2^{-x} \geqq \dfrac{5}{2}$ の解は　$x \leqq$ [ウエ] , [オ] $\leqq x$ である.

(3)　$0 \leqq x \leqq 3$ の範囲において，$y = 4^x - 2^{x+3} + 12$ の最大値は [カキ]　最小値は [クケ] である.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

CHECK & UP 解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 25 講　指数関数・対数関数(1)

【CHECK & UP】

1

(1)　$\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{32}=\sqrt[3]{2\cdot 32}=\sqrt[3]{2^6}=\sqrt[3]{2^3\cdot 2^3}=2\cdot 2=\mathbf{4}$

【別解】　$\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{32}=2^{\frac{1}{3}}\cdot(2^5)^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{5}{3}}=2^{\frac{1}{3}+\frac{5}{3}}=2^2=4$

(2)　$(\sqrt[3]{2}\,)^{12}=\sqrt[3]{2^{12}}=\sqrt[3]{2^3\cdot 2^3\cdot 2^3\cdot 2^3}=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=\mathbf{16}$

【別解】　$(\sqrt[3]{2}\,)^{12}=\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{12}=2^{\frac{1}{3}\times 12}=2^4=16$

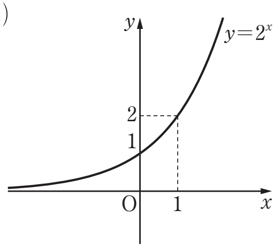
(3)　$\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}=\sqrt[4]{\dfrac{32}{2}}=\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=\mathbf{2}$

【別解】　$\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}=(2^5)^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{-\frac{1}{4}}=2^{\frac{5}{4}}\cdot 2^{-\frac{1}{4}}=2^{\frac{5}{4}-\frac{1}{4}}=2^1=2$

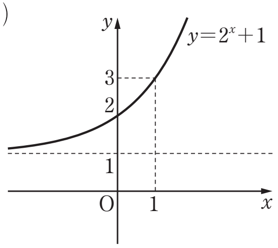
指数法則の確認．
このレベルの計算問題であれば，累乗根のままで計算することも可能．その上で，【別解】のように累乗根を指数で表現して計算を進める練習もしておきたい．

2

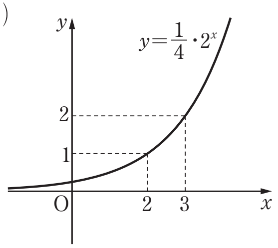
(1)



(2)



(3)



指数関数 $y=a^x$ のグラフは，$a>1$ のとき単調増加，$0<a<1$ のとき単調減少する．たとえば $a>1$ のときは累乗計算により関数の値は爆発的に大きくなっていく．
(2)は(1)のグラフを y 軸方向に 1 平行移動したもので，漸近線が $y=1$ となっている．(1)の漸近線は $y=0$ であるため x 軸と重なって見えない．
(3)は $y=\dfrac{1}{4}\cdot 2^x=2^{-2}\cdot 2^x=2^{x-2}$ より，(1)のグラフを x 軸方向に 2 平行移動したもの．グラフの形状は(1)とさほど変わりはない．

3

(1)　$4^x=1024$　より　$(2^2)^x=2^{10}$　つまり　$2^{2x}=2^{10}$

よって　$2x=10$　より　$\boldsymbol{x=5}$

【別解】　$4^x=4^5$　より　$x=5$

(2)　$8^x=\dfrac{1}{2}$　より　$2^{3x}=2^{-1}$

よって　$3x=-1$　より　$\boldsymbol{x=-\dfrac{1}{3}}$

(3)　$3^x>27$ より　$3^x>3^3$

（底 3 は 1 より大きい）　よって　$\boldsymbol{x>3}$

(4)　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}\leqq 81$　より　$3^{-(x+1)}\leqq 3^4$

（底 3 は 1 より大きい）　よって　$-(x+1)\leqq 4$　より　$\boldsymbol{x\geqq -5}$

【別解】　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}\leqq\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-4}$　　（底 $\dfrac{1}{3}$ は 1 より小さい）

よって　$x+1\geqq -4$　より　$x\geqq -5$

指数方程式や不等式の基本は，底がそろった状態で両辺の指数を比較すること．左の 4 問はそれを確認する問題である．底はなるべく小さくするのが基本だが，(1)の【別解】でわかるように必ずしもその限りではない．
不等式の場合は，(底)>1 のときはもとと大小関係が変わらないが，$0<$(底)<1 のときは大小関係が逆転するので注意．ただし，そのことがしっかりと自覚できた後は，底の大きさが明らかな場合はそのことに言及する必要はない．(3)(4)で括弧書きしている部分がそれである．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

テキスト解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 25 講　指数関数・対数関数(1)

1 [1]　$a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=5$ のとき，$a+a^{-1}$，$a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}$ の値を求めよ．

$a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=5$ より　$a+a^{-1}=(a^{\frac{1}{2}})^2+(a^{-\frac{1}{2}})^2=(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2-2\cdot a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{-\frac{1}{2}}=5^2-2=\mathbf{23}$

$a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}=(a^{\frac{1}{2}})^3+(a^{-\frac{1}{2}})^3=(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})(a-a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{-\frac{1}{2}}+a^{-1})=5(23-1)=\mathbf{110}$

1 [2]　次の方程式を解け．

(1)　$4^x-2^{x+2}-32=0$　　(2)　$3^x+3^{-x}=2$

(1)　$4^x-2^{x+2}-32=0$　より　$(2^x)^2-4\cdot 2^x-32=0$

$2^x=t$　とおくと　$t>0$

$t^2-4t-32=0$　$(t-8)(t+4)=0$

$t>0$ より　$t=8$　　よって　$2^x=8$　より　$\boldsymbol{x=3}$

(2)　$3^x+3^{-x}=2$ より　$3^x+\dfrac{1}{3^x}=2$　　$(3^x)^2-2\cdot 3^x+1=0$

$3^x=t$　とおくと　$t>0$

$t^2-2t+1=0$　　$(t-1)^2=0$

$t>0$ より　$t=1$　　よって　$3^x=1$　より　$\boldsymbol{x=0}$

2　次の不等式を解け．

(1)　$2^{4x}-4^{x+1}>0$

(2)　$\left(\dfrac{1}{9}\right)^x-\dfrac{1}{3^x}-6>0$

(1)　$2^{4x}-4^{x+1}>0$　より　$(4^x)^2-4\cdot 4^x>0$

$4^x=t$　とおくと　$t>0$　　$t^2-4t>0$　　$t(t-4)>0$　　$t>0$ より　$t>4$

よって　$4^x>4$　　底 4 は 1 より大きいので　$\boldsymbol{x>1}$

(2)　$\left(\dfrac{1}{9}\right)^x-\dfrac{1}{3^x}-6>0$　より　$\left\{\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\right\}^2-\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-6>0$

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^x=t$ とおくと　$t>0$　　$t^2-t-6>0$　　$(t+2)(t-3)>0$　　$t>0$ より $t>3$

よって　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^x>3$　　つまり　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^x>\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}$　　底 $\dfrac{1}{3}$ は 1 より小さいので　$\boldsymbol{x<-1}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　(1)　$\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{3}$，$\sqrt[6]{6}$ の大小を比較せよ．

(2)　関数　$y=4^x-2^{x+3}+4$　$(0\leqq x\leqq 3)$　の最大値と最小値，および，そのときの x を求めよ．

(1)　$\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{3}{6}}=(2^3)^{\frac{1}{6}}=8^{\frac{1}{6}}$　　$\sqrt[3]{3}=3^{\frac{1}{3}}=3^{\frac{2}{6}}=9^{\frac{1}{6}}$　　$\sqrt[6]{6}=6^{\frac{1}{6}}$

$6<8<9$　より　$6^{\frac{1}{6}}<8^{\frac{1}{6}}<9^{\frac{1}{6}}$　　よって　$\sqrt[6]{6}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$

(2)　$y=4^x-2^{x+3}+4=(2^x)^2-8\cdot 2^x+4$

$2^x=t$ とおくと　$0\leqq x\leqq 3$ より　$1\leqq t\leqq 8$

このとき　$y=t^2-8t+4=(t-4)^2-12$

したがって　**最大値　4**　($t=8$　つまり　$\boldsymbol{x=3}$ **のとき**)

最小値　−12　($t=4$　つまり　$\boldsymbol{x=2}$ **のとき**)

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

練習問題解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 25 講　指数関数・対数関数(1)

(1)　$\left(\frac{1}{9}\right)^x-\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-54\geqq 0$ の解は　$x\leqq$ [アイ] である.

(2)　$2^x+2^{-x}\geqq\frac{5}{2}$ の解は　$x\leqq$ [ウエ], [オ] $\leqq x$ である.

(3)　$0\leqq x\leqq 3$ の範囲において，$y=4^x-2^{x+3}+12$ の最大値は [カキ]　最小値は [クケ] である.

(1)　$\left(\frac{1}{9}\right)^x-\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-54\geqq 0$　より　$\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x\right\}^2-3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x-54\geqq 0$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=t$　とおくと　$t^2-3t-54\geqq 0$　　$(t-9)(t+6)\geqq 0$

$t>0$ より　$9\leqq t$　つまり　$9\leqq\left(\frac{1}{3}\right)^x$　　$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\leqq\left(\frac{1}{3}\right)^x$

底 $\frac{1}{3}$ は 1 より小さいので　$x\leqq$ **−2**

(2)　$2^x+2^{-x}\geqq\frac{5}{2}$　より　$2^x+\frac{1}{2^x}\geqq\frac{5}{2}$

$2^x=t$ とおくと　$t+\frac{1}{t}\geqq\frac{5}{2}$　　$t>0$ より　$t^2+1\geqq\frac{5}{2}t$

$2t^2-5t+2\geqq 0$　　$(2t-1)(t-2)\geqq 0$　　$t\leqq\frac{1}{2}$，$2\leqq t$

つまり　$2^x\leqq\frac{1}{2}$，$2\leqq 2^x$　　底 2 は 1 より大きいので　$x\leqq$ **−1**，**1** $\leqq x$

(3)　$y=4^x-2^{x+3}+12=(2^x)^2-8\cdot 2^x+12$

$2^x=t$ とおくと　$0\leqq x\leqq 3$　より　$1\leqq t\leqq 8$

このとき　$y=t^2-8t+12=(t-4)^2-4$

よって　$t=8$　つまり　$x=3$ のとき　最大値　**12**

$t=4$　つまり　$x=2$ のとき　最小値　**−4**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。